

**1.1.1 Beispiel 3.2.17. (Vertauschung von All- und Existenzquantor).**

Sei  $M$  die Menge aller Männer und  $F$  die Menge aller Frauen. Die Aussage  $h(m, f)$  sei "m ist verliebt in f". Unter diesen Voraussetzungen machen Sie sich die Bedeutung der beiden Aussagen klar.

$$(i) \quad \forall m \in M : \exists f \in F : h(m, f)$$

$$(ii) \quad \exists f \in F : \forall m \in M : h(m, f).$$

Mitunter ist es aus der Formulierung nur schwer zu erkennen, dass ein  $\exists \forall$  oder ein  $\forall \exists$  versteckt ist. Dann ist es besonders wichtig, die Formulierung sehr lange zu prüfen und eventuell auch formalisiert noch einmal aufzuschreiben."

Der Wert von  $y = f(x)$  ist unabhängig von der Wahl von  $x$  ist gleichbedeutend mit  $\exists y : \forall x : f(x) = y$  (Beutelspacher [10, S.54]).

**Aufgabe 3.2.18** Formulieren Sie gemäß der Regel (3.1) äquivalente Aussage zu

1.  $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 > n \implies n > 1,$
2.  $\forall n \in \mathbb{N} : 3|n \implies 4|n,$
3.  $\forall n \in \mathbb{N} : n^3 \text{ ungerade} \implies n \text{ ungerade.}$

**Aufgabe 3.2.19.** Bilden Sie die Verneinung der folgenden Aussagen:

1. Alle Rosen sind verwelkt oder teuer.
2. Alle Rosen sind entweder verwelkt oder teuer.

*Hinweis:* Beachten Sie die Konvention aus Abschnitt 3.2.1.1: die Formulierung "entweder ... oder" entspricht dem ausschließenden Oder und die Formulierung "oder" dem (mathematischen) einschließenden Oder.

**Aufgabe 3.2.20.** Verneinen Sie die folgenden Aussagen:

3.2.2

1. Wenn zwei Ebenen einen gemeinsamen Punkt besitzen, dann sind sie nicht parallel.
2. Es gibt Dreiecke, die genau zwei rechte Winkel haben.

---

**Aufgabe 3.2.21.** *Begründen Sie, warum die folgenden Aussagen wahr bzw. falsch sind:*

1.  $\forall x \in \mathbb{N} : \exists y \in \mathbb{N} : x = y$
2.  $\exists y \in \mathbb{N} : \forall x \in \mathbb{N} : x = y$
3.  $\forall n \in \mathbb{N} : n^3 \text{ ungerade} \implies n \text{ ungerade.}$

---

**Theorem 3.2.22 (Rechenregeln für Quantoren)**

---

3.2.23