这个问题在直角坐标系下不好弄,直接用圆柱坐标系进行求解,由于我们有

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(CD_{\mathrm{AB}}r\frac{\partial x_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \psi}\left(CD_{\mathrm{AB}}\frac{\partial x_{\mathrm{A}}}{\partial \psi}\right)+\frac{1}{z}\frac{\partial}{\partial \psi}\left(CD_{\mathrm{AB}}\frac{\partial x_{\mathrm{A}}}{\partial z}\right)+\not{N}_{\mathrm{A}}=\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial t} \tag{1}$$

由于在两个方向同性,因此 ψ 和 z 的微分项都为 0, 所以这个方程可以非常爽地写成:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(CD_{\mathrm{AB}}r\frac{\partial x_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right)+\not{N}_{\mathrm{A}}=\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial t} \tag{2}$$

一般来说, C 和 D_{AB} 都是常数,所以我们有:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(CD_{\mathrm{AB}}r\frac{\partial x_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right)=\frac{D_{\mathrm{AB}}}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right)=\frac{D_{\mathrm{AB}}}{r}\left(r\frac{\partial^2 C_{\mathrm{A}}}{\partial r^2}+\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r}\right) \tag{3}$$

所以这题的结果为:

$$\frac{D_{\mathrm{AB}}}{r}\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial r}+D_{\mathrm{AB}}\frac{\partial^2 C_{\mathrm{A}}}{\partial r^2}+\not{N}_{\mathrm{A}}=\frac{\partial C_{\mathrm{A}}}{\partial t} \tag{4}$$